

Муниципальное казенное образовательное учреждение
«Ревякинская средняя общеобразовательная школа»
Ясногорского района Тульской области

УТВЕРЖДЕНО

на заседании педагогического совета
(протокол № 3 от 27.08.2014 г.,
приказ МКОУ «Ревякинская СОШ»
от 30.08.2014 № 49/16)

Директор: Ю.В. Истратова

Рабочая программа по алгебре и началам анализа

11 класс

Учитель: Харитонов Валентина Александровна

2014-2015 учебный год

Пояснительная записка.

Рабочая программа по алгебре и началам анализа составлена на основе федерального образовательного стандарта 2004 года и Программы общеобразовательных учреждений. Алгебра и начала анализа. 10-11 классы, - М. Просвещение, 2009.

Данная рабочая программа составлена для изучения алгебры и начал анализа по учебнику С. Н. Никольского «Алгебра и начала анализа 11 класс», - М. Просвещение 2009. В программу включены все рекомендуемые темы для 11 класса. Рабочая программа рассчитана на 136 часа: 4 часа в неделю. В течение года планируется провести 8 контрольных работ.

Цели:

- **формирование** представлений об идеях и методах математики; о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов;
- **овладение** устным и письменным математическим языком, математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественно-научных дисциплин, для продолжения образования и освоения избранной специальности на современном уровне;
- **развитие** логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, развитие математического мышления и интуиции, творческих способностей на уровне, необходимом для продолжения образования и для самостоятельной деятельности в области математики и ее приложений в будущей профессиональной деятельности;
- **воспитание** средствами математики культуры личности: знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей, понимание значимости математики для общественного прогресса

Задачи:

- систематизация сведений о числах; формирование представлений о расширении числовых множеств как способе построения нового математического аппарата для решения задач окружающего мира и внутренних задач математики;
- развитие и совершенствование техники алгебраических преобразований, вычислений, решения уравнений, неравенств, систем;
- систематизация и расширение сведений о функциях, совершенствование графических умений; знакомство с основными идеями и методами математического анализа в объеме, позволяющем исследовать элементарные функции и решать простейшие геометрические, физические и другие прикладные задачи;
- развитие представлений о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире;
- совершенствование математического развития до уровня, позволяющего свободно применять изученные факты и методы при решении задач из различных разделов курса, а также использовать их в нестандартных ситуациях;
- формирование способности строить и исследовать простейшие математические модели при решении прикладных задач, задач из смежных дисциплин, углубление знаний об особенностях применения математических методов к исследованию процессов и явлений в природе и обществе.

Основные типы учебных занятий:

- урок изучения нового учебного материала;
- урок закрепления и применения знаний;
- урок обобщающего повторения и систематизации знаний;

- урок контроля знаний и умений.

Основным типом урока является комбинированный.

Формы организации учебного процесса:

индивидуальные, групповые, индивидуально-групповые, фронтальные.

На уроках используются такие формы занятий как:

- практические занятия;
- тренинг;
- консультация;
- лекция.

Формы контроля: текущий и итоговый. Проводится в форме контрольных работ, рассчитанных на 45 минут, а итоговая на 90 минут, тестов и самостоятельных работ на 15 – 20 минут с дифференцированным оцениванием.

Текущий контроль проводится с целью проверки усвоения изучаемого и проверяемого программного материала; содержание определяются учителем с учетом степени сложности изучаемого материала, а также особенностей обучающихся класса. Итоговые контрольные работы проводятся:

- после изучения наиболее значимых тем программы,
- в конце учебной четверти,
- в конце полугодия.

Требования к уровню подготовки выпускников.

Знать/понимать

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- существо понятия математического доказательства; приводить примеры доказательств;
- идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;
- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;
- как используются математические формулы, уравнения и неравенства; примеры их применения для решения математических и практических задач;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;
- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;
- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.

Уметь:

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- применять понятия, связанные с делимостью целых чисел, при решении математических задач;

- находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители;
- выполнять действия с комплексными числами, пользоваться геометрической интерпретацией комплексных чисел, в простейших случаях находить комплексные корни уравнений с действительными коэффициентами;
- проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, при необходимости используя справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

- Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков;
- описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций;
- решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления;

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов.

- Находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
- вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;
- исследовать функции и строить их графики с помощью производной,;
- решать задачи с применением уравнения касательной к графику функции;
- решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;
- вычислять площадь криволинейной трапеции;

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа.

- Решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;
- доказывать несложные неравенства;
- решать текстовые задачи с помощью составления уравнений, и неравенств, интерпретируя результат с учетом ограничений условия задачи;
- изображать на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.
- находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;
- решать уравнения, неравенства и системы с применением графических представлений, свойств функций, производной;

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для построения и исследования простейших математических моделей.

- Решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;
- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов.

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера.

Содержание программы учебного курса.

1. Функции и их графики

Элементарные функции. Исследование функций и построение их графиков. Основные способы преобразования графиков. Графики функций, содержащих модули.

Основная цель: овладеть методами исследования функций и построения их графиков.

2. Предел функции и непрерывность

Понятие предела функции. Односторонние пределы, свойства пределов. Непрерывность функций в точке, на интервале, на отрезке. Непрерывность элементарных функций. *Основная цель:* усвоить понятия предела функции и непрерывности функции в точке и на интервале.

3. Обратные функции

Понятие обратной функции. Взаимно обратные функции. Обратные тригонометрические функции.

Основная цель: усвоить понятие функции, обратной к данной, и научить находить функцию, обратную к данной.

4. Производная

Понятие производной. Производная суммы, разности, произведения и частного двух функций. Непрерывность функций, имеющих производную, дифференциал. Производные элементарных функций. производная сложной функции.

Основная цель: научить находить производную любой элементарной функции.

5. Применение производной

Максимум и минимум функции. Уравнение касательной. Возрастание и убывание функций. Производные высших порядков. Экстремум функции с единственной критической точкой. Задачи на максимум и минимум. Асимптоты. Дробно-линейная функция. Построение графиков функций с применением производной.

Основная цель: научить применять производную при исследовании функций и решении практических задач.

6. Первообразная и интеграл

Понятие первообразной. Площадь криволинейной трапеции. Определенный интеграл. Приближенное вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница. Свойства определенных интегралов. Применение определенного интеграла в геометрических и физических задачах.

7. Равносильность уравнений и неравенств

Равносильные преобразования уравнений и неравенств. Подчеркивается, что при таких преобразованиях множество корней преобразованного уравнения совпадает с множеством корней исходного уравнения. Аналогично с неравенствами.

Основная цель: научить применять равносильные преобразования при решении уравнений и неравенств.

8. Уравнения – следствия.

Понятие уравнения – следствия. Возведение уравнения в четную степень. Потенцирование логарифмических уравнений. Приведение подобных членов уравнения. Освобождение

уравнения от знаменателя. Применение логарифмических, тригонометрических и других формул.

Основная цель: научить применять преобразования, приводящие к уравнению – следствию.

9. Равносильность уравнений и неравенств системам

Решение уравнений с помощью систем. Уравнения вида $f(\alpha(x)) = f(\beta(x))$. Решение неравенств с помощью систем. Неравенства вида $f(\alpha(x)) \succ f(\beta(x))$.

Основная цель: научить применять переход от уравнения (или неравенства) к равносильной системе.

10. Равносильность уравнений на множествах

Возведение уравнения в четную степень. Умножение уравнения на функцию. Логарифмирование и потенцирование уравнений. Приведение подобных членов, применение некоторых формул.

Основная цель: научить применять переход к уравнению, равносильному на некотором множестве исходному уравнению.

11. Равносильность неравенств на множествах

Возведение неравенства в четную степень и умножение неравенства на функцию, потенцирование и логарифмирование неравенств, приведение подобных членов, применение некоторых формул. Нестрогие неравенства.

Основная цель: научить применять переход к неравенству, равносильному на некотором множестве исходному неравенству.

12. Метод промежутков для уравнений и неравенств

Уравнения и неравенства с модулями. Метод интервалов для непрерывных функций.

Основная цель: научит решать уравнения и неравенства с модулями и применять метод интервалов для решения неравенств.

13. Использование свойств функций при решении уравнений и неравенств

Использование областей существования, неотрицательности, ограниченности, монотонности и экстремумов функции, свойства синуса и косинуса при решении уравнений и неравенств.

Основная цель: научить применять свойства функций при решении уравнений и неравенств.

14. Системы уравнений с несколькими неизвестными

Равносильность систем. Система – следствие. Метод замены неизвестных. Рассуждения с числовыми значениями при решении систем уравнений.

Основная цель: освоить разные способы решения систем уравнений с несколькими неизвестными.

Календарно-тематическое планирование.

| № урока | Содержание материала | № пункта, параграфа |
|----------------|---|----------------------------|
| 1. | Повторение: Корни, степени, логарифмы. | Глава I 10 кл. |
| 2. | Повторение: Тригонометрические формулы, тригонометрические функции. | Глава II 10 кл. |
| 3. | Повторение: Решение уравнений и неравенств. Входящий контроль (20 мин) | §6, §11 10 кл. |
| | § 1. Функции и их графики (9 ч) | |
| 4. | Элементарные функции. | 1.1 |
| 5. | Область определения и область изменения функции. Ограниченность функции. | 1.2 |
| 6. | Четность, нечетность, периодичность. | 1.3 |
| 7. | Четность, нечетность, периодичность. | 1.3 |
| 8. | Промежутки возрастания, убывания, знакопостоянства и нули функции. | 1.4 |
| 9. | Промежутки возрастания, убывания, знакопостоянства и нули функции. <i>Самостоятельная работа</i> | 1.4 |
| 10. | Исследование функций и построение их графиков элементарными методами. | 1.5 |
| 11. | Основные способы преобразования графиков. | 1.6 |
| 12. | Графики функций, содержащих модули. | 1.7 |
| | § 2. Предел функции и непрерывность (5 ч) | |
| 13. | Понятие предела функции | 2.1 |
| 14. | Односторонние пределы | 2.2 |
| 15. | Свойства пределов функций. | 2.3 |
| 16. | Понятие непрерывности функции. | 2.4 |
| 17. | Непрерывность элементарных функций. | 2.5 |
| | § 3. Обратные функции (6 ч) | |
| 18. | Понятие обратной функции | 3.1 |
| 19. | Взаимно обратные функции. | 3.2 |
| 20. | Обратные тригонометрические функции. | 3.3 |
| 21. | Обратные тригонометрические функции. | 3.3 |
| 22. | Примеры использования обратных тригонометрических функций. | 3.4 |
| 23. | Контрольная работа №1 по теме «Функции» | |
| | § 4. Производная (11 ч) | |

| | | |
|-----|---|------|
| 24. | Понятие производной | 4.1 |
| 25. | Понятие производной | 4.1 |
| 26. | Производная суммы. Производная разности. | 4.2 |
| 27. | Производная суммы. Производная разности. | 4.2 |
| 28. | Непрерывность функций, имеющих производную. Дифференциал. | 4.3 |
| 29. | Производная произведения. Производная частного. | 4.4 |
| 30. | Производная произведения. Производная частного. | 4.4 |
| 31. | Производные элементарных функций. | 4.5 |
| 32. | Производная сложной функции. | 4.6 |
| 33. | Производная сложной функции. | 4.6 |
| 34. | Контрольная работа №2 по теме «Производная функции» | |
| | § 5. Применение производной (16 ч) | |
| 35. | Максимум и минимум функции. | 5.1 |
| 36. | Максимум и минимум функции. | 5.1 |
| 37. | Уравнение касательной. | 5.2 |
| 38. | Уравнение касательной. | 5.2 |
| 39. | Приближенные вычисления. | 5.3 |
| 40. | Возрастание и убывание функций. | 5.5 |
| 41. | Возрастание и убывание функций. | 5.5 |
| 42. | Производные высших порядков. | 5.6 |
| 43. | Экстремум функции с единственной критической точкой. | 5.8 |
| 44. | Экстремум функции с единственной критической точкой. | 5.8 |
| 45. | Задачи на максимум и минимум. | 5.9 |
| 46. | Задачи на максимум и минимум. | 5.9 |
| 47. | Асимптоты. Дробно-линейная функция. | 5.10 |
| 48. | Построение графиков функций с применением производной. | 5.11 |
| 49. | Построение графиков функций с применением производной. | 5.11 |
| 50. | Контрольная работа №3 по теме «Применение производной» | |
| | § 6. Первообразная и интеграл (13 ч) | |
| 51. | Понятие первообразной. | 6.1 |
| 52. | Понятие первообразной. | 6.1 |
| 53. | Понятие первообразной. | 6.1 |
| 54. | Площадь криволинейной трапеции. | 6.3 |
| 55. | Определенный интеграл. | 6.4 |

| | | |
|-----|--|-----|
| 56. | Определенный интеграл. | 6.4 |
| 57. | Приближенные вычисления определенного интеграла. | 6.5 |
| 58. | Формула Ньютона-Лейбница. | 6.6 |
| 59. | Формула Ньютона-Лейбница. | 6.6 |
| 60. | Формула Ньютона-Лейбница. | 6.6 |
| 61. | Свойства определенных интегралов. | 6.7 |
| 62. | Применение определенных интегралов в геометрических и физических задачах. | 6.8 |
| 63. | Контрольная работа №4 по теме «Первообразная и интеграл». | |
| | § 7. Равносильность уравнений и неравенств (4 ч) | |
| 64. | Равносильные преобразования уравнений. | 7.1 |
| 65. | Равносильные преобразования уравнений. | 7.1 |
| 66. | Равносильные преобразования неравенств. | 7.2 |
| 67. | Равносильные преобразования неравенств. | 7.2 |
| | § 8. Уравнения – следствия (8 ч) | |
| 68. | Понятие уравнения – следствия. | 8.1 |
| 69. | Возведение уравнения в четную степень. | 8.2 |
| 70. | Возведение уравнения в четную степень. | 8.2 |
| 71. | Потенцирование логарифмических уравнений. | 8.3 |
| 72. | Потенцирование логарифмических уравнений. | 8.3 |
| 73. | Другие преобразования, приводящие к уравнению – следствию. | 8.4 |
| 74. | Применение нескольких преобразований, приводящих к уравнению – следствию. | 8.5 |
| 75. | Применение нескольких преобразований, приводящих к уравнению – следствию. <i>Самостоятельная работа</i> | 8.5 |
| | § 9. Равносильность уравнений и неравенств системам (13 ч) | |
| 76. | Основные понятия | 9.1 |
| 77. | Решение уравнений с помощью систем. | 9.2 |
| 78. | Решение уравнений с помощью систем. | 9.2 |
| 79. | Решение уравнений с помощью систем (продолжение). | 9.3 |
| 80. | Решение уравнений с помощью систем (продолжение). | 9.3 |
| 81. | Уравнения вида $f(\alpha(x)) = f(\beta(x))$. | 9.4 |
| 82. | Уравнения вида $f(\alpha(x)) = f(\beta(x))$. | 9.4 |
| 83. | Решение неравенств с помощью систем. | 9.5 |
| 84. | Решение неравенств с помощью систем. | 9.5 |

| | | |
|------|--|------|
| 85. | Решение неравенств с помощью систем (продолжение). | 9.6 |
| 86. | Решение неравенств с помощью систем (продолжение). <i>Самостоятельная работа</i> | 9.6 |
| 87. | Неравенства вида $f(\alpha(x)) > f(\beta(x))$. | 9.7 |
| 88. | Неравенства вида $f(\alpha(x)) > f(\beta(x))$. | 9.7 |
| | § 10. Равносильность уравнений на множествах (7 ч) | |
| 89. | Основные понятия. | 10.1 |
| 90. | Возведение уравнения в четную степень. | 10.2 |
| 91. | Возведение уравнения в четную степень. | 10.2 |
| 92. | Умножение уравнения на функцию. | 10.3 |
| 93. | Другие преобразования выражений. | 10.4 |
| 94. | Применение нескольких преобразований. | 10.5 |
| 95. | Контрольная работа №5 по теме «Равносильные преобразования уравнений». | |
| | § 11. Равносильность неравенств на множествах (7 ч) | |
| 96. | Основные понятия. | 11.1 |
| 97. | Возведение неравенств в четную степень. | 11.2 |
| 98. | Возведение неравенств в четную степень. | 11.2 |
| 99. | Умножение неравенства на функцию. | 11.3 |
| 100. | Другие преобразования неравенств. | 11.4 |
| 101. | Применение нескольких преобразований. | 11.5 |
| 102. | Нестрогие неравенства. | 11.7 |
| | § 12. Метод промежутков для уравнений и неравенств (5 ч) | |
| 103. | Уравнения с модулями. | 12.1 |
| 104. | Неравенства с модулями. <i>Самостоятельная работа</i> | 12.2 |
| 105. | Метод интервалов для непрерывных функций. | 12.3 |
| 106. | Метод интервалов для непрерывных функций. | 12.3 |
| 107. | Контрольная работа №6 «Равносильные преобразования неравенств». | |
| | § 13. Использование свойств функций при решении уравнений и неравенств (5ч) | |
| 108. | Использование областей существования функций. | 13.1 |
| 109. | Использование неотрицательности функций. | 13.2 |
| 110. | Использование ограниченности функций. | 13.3 |
| 111. | Использование монотонности и экстремумов функции. | 13.4 |
| 112. | Использование свойств синуса и косинуса. | 13.5 |
| | § 14. Системы уравнений с несколькими неизвестными (8 ч) | |

| | | |
|---------|---|------|
| 113. | Равносильность систем | 14.1 |
| 114. | Равносильность систем | 14.1 |
| 115. | Система – следствие. | 14.2 |
| 116. | Система – следствие. | 14.2 |
| 117. | Метод замены неизвестных. | 14.3 |
| 118. | Метод замены неизвестных. | 14.3 |
| 119. | Рассуждения с числовыми значениями при решении уравнений и неравенств | 14.4 |
| 120. | Контрольная работа №7 по теме «Уравнения, неравенства и их системы». | |
| | Повторение курса алгебры и начал математического анализа за 10 – 11 классы (16 ч). | |
| 121. | Тригонометрические функции и их свойства | |
| 122. | Тригонометрические уравнения и неравенства, системы. | |
| 123. | Тригонометрические уравнения и неравенства, системы. | |
| 124. | Степень с рациональным показателем и ее свойства. | |
| 125. | Показательная и логарифмическая функции | |
| 126. | Логарифмы и их свойства | |
| 127. | Показательные и логарифмические уравнения, неравенства, системы. | |
| 128. | Иррациональные уравнения и неравенства, системы. | |
| 129-130 | Итоговая контрольная работа №8 | |
| 131. | Уравнения и неравенства с модулями | |
| 132. | Уравнения и неравенства с модулями | |
| 133. | Уравнения и неравенства с параметрами | |
| 134. | Уравнения и неравенства с параметрами | |
| 135. | Равносильность уравнений на множествах | |
| 136. | Равносильность уравнений на множествах | |

Формы и средства контроля.

Для проведения контрольных работ используются: «Программа общеобразовательных учреждений. Алгебра и начала анализа. 10-11 классы, - М.Просвещение, 2009. Составитель Т. А. Бурмистрова»

Для организации текущих проверочных работ используются «Алгебра и начала анализа. Дидактические материалы для 11 класса базовый и профильный уровни 2 –е издание, - М. Просвещение, 2008. Авторы: М. К. Потапов и А. В. Шевкин» и «Алгебра и начала математического анализа. Тематические тесты для 11 класса базовый и профильный уровни, - М. Просвещение, 2009. Автор Ю. В. Шепелева»

Перечень учебно-методических средств обучения.

- 1 Лаппо Л. Д. «Практикум по выполнению типовых тестовых заданий ЕГЭ» - М.: Экзамен 2010
2. Никольский С.М., Потапов М. К., Решетников Н. Н., Шевкин А. В..«Алгебра и начала анализа: учебник для 11 класса общеобразовательных учреждений» - М.: Просвещение, 2009.
3. Потапов М. К. и Шевкин А. В. «Алгебра и начала анализа. Дидактические материалы для 11 класса базовый и профильный уровни 2 –е издание», М. Просвещение, 2008.
4. Потапов М. К. и Шевкин А. В. «Алгебра и начала математического анализа 11 класс. Книга для учителя. Базовый и профильный уровни», М. Просвещение, 2008.
5. Семенов А. Л., Яценко И. В. «ЕГЭ 2010. Типовые тестовые задания», М: Экзамен , 2010.
6. Семенов А. Л., Яценко И. В. «ЕГЭ 2010. Математика. Универсальные материалы для подготовки учащихся», - М: Интеллект – Центр, 2010
7. Шепелева Ю. В. «Алгебра и начала математического анализа. Тематические тесты для 11 класса базовый и профильный уровни», - М. Просвещение, 2009.
8. CD: «Уроки алгебры Кирилла и Мефодия 11 класс», «Открытая математика. Алгебра », «Репетиторы. Кирилл и Мефодий. Подготовка к ЕГЭ», «1 С репетитор. Математика часть 1».

Входящий контроль.

Повторение курса алгебры 10 класса

Вариант 1

1. Найдите значение выражения: $\sqrt{125}\sqrt[3]{25}^{\frac{1}{2}}$.

2. Упростите выражение: $\frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$.

3. Решите уравнение: $\lg(5x-6) = 2\lg x$.

4. Решите неравенство: $\frac{(3-2)(4-x)}{53} < x$.

5. Решите уравнение: $3\sin^2 x + \sin x \cos x = 2\cos^2 x$.

6. Решите неравенство: $(0)^x - (0)^x < 20$.

Вариант 2

1. Найдите значение выражения: $\sqrt{27}\sqrt[3]{323}^{\frac{1}{2}}$.

2. Упростите выражение: $\frac{1 - \sin 2\alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$.

3. Решите уравнение: $\lg(x+1) = 2$.

4. Решите неравенство: $\frac{(6-x)(3-2)}{5} < x$.

5. Решите уравнение: $2\cos^2 x - 3\sin x \cos x + \sin^2 x = 0$.

6. Решите неравенство: $\left(\frac{1}{3}\right)^{2-2x} < \left(\frac{1}{9}\right)^{16x}$.

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Функция $y = f(x)$ задана графиком (рис. 3). Укажите для этой функции:
 - а) область определения; б) область изменения;
 - в) нули и промежутки знакопостоянства;
 - г) промежутки возрастания (убывания), наибольшее и наименьшее значения функции.
2. Найдите область определения функции $y = \frac{\sqrt{9 - x^2}}{x + 1}$.
3. Постройте график функции $y = (x - 2)^2 - 1$. Укажите для этой функции область определения, нули, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания (убывания), область изменения.
4. Докажите четность функции:
 - а) $y = 7 \cos 4x + 3x^2$; б) $y = \frac{x^2 - x}{x + 1} - \frac{x^2 + x}{x - 2}$.
- 5*. Найдите область определения функции:
 - а) $y = \sqrt{x^2 - 4} + \log_3(5 - x)$; б) $y = \sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}$.
- 6*. Постройте график функции $y = 2 - \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.
- 7*. Постройте график функции $y = \sqrt{|x|} - 2 - 1$. Укажите для этой функции область определения, нули, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания (убывания), область изменения.

Вариант 2

1. Функция $y = f(x)$ задана графиком (рис. 4). Укажите для этой функции:
 - а) область определения; б) область изменения;
 - в) нули и промежутки знакопостоянства;
 - г) промежутки возрастания (убывания), наибольшее и наименьшее значения функции.

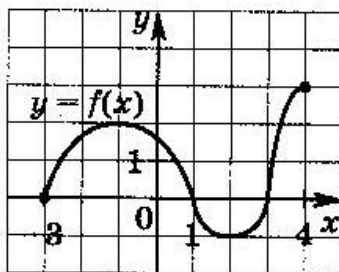


Рис. 3

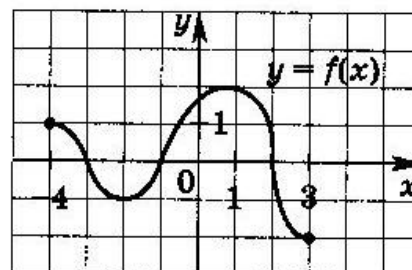


Рис. 4

2. Найдите область определения функции $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x-1}$.
3. Постройте график функции $y = (x-1)^2 - 4$. Укажите для этой функции область определения, нули, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания (убывания), область изменения.
4. Докажите нечетность функции:
а) $y = 8 \sin 3x - 2x^5$; б) $y = \frac{x-1}{x+2} - \frac{x+1}{x-2}$.
- 5*. Найдите область определения функции:
а) $y = \sqrt{3-x} + \log_3(x^2-1)$; б) $y = \sqrt{\frac{4}{\frac{1}{x^2}-1}}$.
- 6*. Постройте график функции $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 2$.
- 7*. Постройте график функции $y = \sqrt{|x|-1} - 2$. Укажите для этой функции область определения, нули, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания (убывания), область изменения.

Контрольная работа №2

Вариант 1

1. Найдите $f'(x)$ и $f'(x_0)$, если:
а) $f(x) = 3x^5 - 12x^2 + 6x + 2$, $x_0 = 1$;
б) $f(x) = x \sin x$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$.
2. Найдите $f'(x)$, если:
а) $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$; б) $f(x) = 6\sqrt[3]{x}$; в) $f(x) = 5^x$; г) $f(x) = \sqrt{3x+2}$.
3. Вычислите значение производной функции $y = \operatorname{tg} 3x$ в точке $x = -\frac{\pi}{4}$.
4. Найдите все значения x , при которых производная функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 11$ равна нулю.
- 5*. Найдите $f'(x)$, если:
а) $f(x) = \frac{x^2+3}{x-1}$; б) $f(x) = \frac{6}{\sqrt[3]{x}} + 3\sqrt[3]{x^2}$;
в) $f(x) = e^{3+2x}$; г) $f(x) = x\sqrt{x^2+2x}$.
- 6*. Точка движется по прямой. Зависимость ее координаты x от времени t задана формулой $x = 13 + 20t - 5t^2$. Найдите момент времени t , когда точка остановится.
- 7*. Вычислите производную функции $f(x) = \ln \sqrt{5 + \sin x}$.

Вариант 2

1. Найдите $f'(x)$ и $f'(x_0)$, если:
 - а) $f(x) = 5x^3 - 6x^4 + 3x^2 + 3$, $x_0 = 1$;
 - б) $f(x) = x \cos x$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$.
2. Найдите $f'(x)$, если:
 - а) $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$;
 - б) $f(x) = 4\sqrt[3]{x^2}$;
 - в) $f(x) = \log_5 x$;
 - г) $f(x) = \sqrt{5x+1}$.
3. Вычислите значение производной функции $y = \operatorname{ctg} 2x$ в точке $x = \frac{\pi}{3}$.
4. Найдите все значения x , при которых производная функции $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 13$ равна нулю.
- 5*. Найдите $f'(x)$, если:
 - а) $f(x) = \frac{x^2+1}{x-3}$;
 - б) $f(x) = \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + 6\sqrt[3]{x^2}$;
 - в) $f(x) = e^{3-2x}$;
 - г) $f(x) = x\sqrt{x^2+4x}$.
- 6*. Точка движется по прямой. Зависимость ее координаты x от времени t задана формулой $x = 7 + 16t - 4t^2$. Найдите момент времени t , когда точка остановится.
- 7*. Вычислите производную функции $f(x) = e^{\sqrt{5-\cos x}}$.

Контрольная работа №3

Вариант 1

1. Дана функция $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$. Найдите:
 - а) промежутки возрастания и убывания функции;
 - б) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-1; 2]$.
2. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.
3. Исследуйте функцию $f(x) = x^3 - 3x$ и постройте ее график.
4. Число 72 представьте в виде суммы трех положительных слагаемых таким образом, чтобы два из них были равны между собой, а сумма квадратов всех слагаемых была наименьшей.
- 5*. Дана функция $f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x - 5}$. Найдите:
 - а) область определения функции;
 - б) промежутки возрастания и убывания функции;
 - в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[2; 5]$.

- 6*. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 10$, параллельной прямой $y = 5 - x$.
- 7*. Определите промежутки выпуклости вверх (вниз) графика функции $f(x) = 5x - \sin 2x$.

Вариант 2

1. Дана функция $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$. Найдите:
 - а) промежутки возрастания и убывания функции;
 - б) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-3; -1]$.
 2. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 + x^2 - 2x + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.
 3. Исследуйте функцию $f(x) = x^4 - x^2 + 2$ и постройте ее график.
 4. Число 63 представьте в виде суммы трех положительных слагаемых таким образом, чтобы два из них были пропорциональны числам 1 и 2, а произведение всех слагаемых было наибольшим.
- 5*. Дана функция $f(x) = \sqrt{-x^2 + 8x - 7}$. Найдите:
 - а) область определения функции;
 - б) промежутки возрастания и убывания функции;
 - в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[3; 7]$.
- 6*. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 + 3x^2 + x + 7$, параллельной прямой $y = 1 - 2x$.
- 7*. Определите промежутки выпуклости вверх (вниз) графика функции $f(x) = 7x + \cos 2x$.

Контрольная работа №4

Вариант 1

1. Докажите, что функция $F(x)$ является первообразной для функции $f(x)$ на множестве \mathbf{R} , если:
а) $F(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 11$ и $f(x) = 3x^2 - 10x + 7$;
б) $F(x) = 2x^5 - e^x$ и $f(x) = 10x^4 - e^x$.
2. Найдите общий вид первообразной для функции:
а) $f(x) = \frac{3}{x^2} - 2 \sin x$; б) $f(x) = \ln x$.
3. Найдите ту первообразную функции $y = 4x^3 - 8x$, график которой проходит через точку $A(1; 3)$.
4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4$ и $y = 0$.
- 5*. Вычислите неопределенный интеграл:
а) $\int \sqrt{3x+1} dx$; б) $\int \frac{dx}{1+16x^2}$.
- 6*. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 6x + 7$ и $y = -x^2 + 4x - 1$.
- 7*. Вычислите интеграл: $\int_0^3 |x-2| dx$.

Вариант 2

1. Докажите, что функция $F(x)$ является первообразной для функции $f(x)$ на множестве \mathbf{R} , если:
а) $F(x) = x^3 + 4x^2 - 5x + 7$ и $f(x) = 3x^2 + 8x - 5$;
б) $F(x) = 3x^4 - \ln x$ и $f(x) = 12x^3 - \frac{1}{x}$.
2. Найдите общий вид первообразной для функции:
а) $f(x) = \frac{2}{x^3} + \cos x$; б) $f(x) = e^x$.
3. Найдите ту первообразную функции $y = 3x^2 + 4x$, график которой проходит через точку $A(1; 5)$.
4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3$, $x = 0$ и $y = 8$.
- 5*. Вычислите неопределенный интеграл:
а) $\int \sqrt{5-4x} dx$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-9x^2}}$.
- 6*. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4x + 2$ и $y = -x^2 + 6x - 6$.
- 7*. Вычислите интеграл: $\int_0^3 |x-1| dx$.

Контрольная работа №5

В а р и а н т 1

Решите уравнение (1—6):

1. $\sqrt{x-5} = x-7$.

2. $\log_3(x^2 + 3x) = \log_3(5x + 8)$.

3. $\sqrt{x^2 + \sqrt{x} - 3} = \sqrt{2x + \sqrt{x}}$.

4. $\log_5(x + 1) + \log_5(x - 3) = 1$.

5*. $|x^2 - 3x + 1| = x^2 + 2x - 11$.

6*. $|\sin x + 0,5| = \cos x - 0,5$.

7*. Не решая уравнение $\sqrt{\sin^2 x - 1} = \cos x + 1$, объясните, почему оно не имеет решений.

В а р и а н т 2

Решите уравнение (1—6):

1. $\sqrt{x+3} = x-3$.

2. $\log_2(x^2 + 5x) = \log_2(3x - 8)$.

3. $\sqrt{x^2 + 2x - \sqrt{x}} = \sqrt{3 - \sqrt{x}}$.

4. $\log_6(x + 3) + \log_6(x - 2) = 1$.

5*. $|x^2 + 5x - 3| = x^2 - 2x - 17$.

6*. $|\cos x + 0,5| = \sin x - 0,5$.

7*. Не решая уравнение $\sqrt{\cos^2 x - 1} = \sin x + 1$, объясните, почему оно не имеет решений.

Контрольная работа №6

Вариант 1

Решите неравенство (1—6):

1. $\sqrt{x+3} > x-3.$

2. $\sqrt{3x-2} \leq x.$

3. $\log_2(x^2 - 5x + 8) > \log_2 x.$

4. $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1}.$

5*. $\log_{0,2}(x-5) + \log_{0,2} x > \log_{0,2}(2x-3).$

6*. $3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^x - 28 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x + 9 \geq 0.$

7*. Не решая неравенство $\cos 3x - 2 \geq \log_5(x^2 - 4x + 5)$, объясните, почему оно не имеет решений.

Вариант 2

Решите неравенство (1—6):

1. $\sqrt{x-5} < x-7.$

2. $\sqrt{3,5x-1,5} \geq x.$

3. $\log_{0,5}(x-6) > \log_{0,5}(x^2-4x).$

4. $2^{x^2-x} \leq 4^{x-2}.$

5*. $\log_3(x+2) + \log_3 x < \log_3(2x+1).$

6*. $2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 9 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + 4 \leq 0.$

7*. Не решая неравенство $\sin 5x + 2 \leq \log_{0,25}(x^2 - 6x + 10)$, объясните, почему оно не имеет решений.

Вариант 1

Решите уравнение (1—2):

1. $(x^2 - 5x - 14)\sqrt{x - 6} = 0.$

2. $\sqrt{x^3 - 5x^2 + 6x + 7} = \sqrt{x^3 - 4x^2 + 7x + 1}.$

Решите неравенство (3—4):

3. $(x - 3)\log_{0,25} x > 0.$

4. $\log_3(x^2 - 9) < \log_3(39 - 2x).$

5*. Решите уравнение $2^{8x+7} + \sqrt{3x+7} = 2^{5x-1} + \sqrt{5x-1}.$

Решите систему уравнений (6—7):

6*.
$$\begin{cases} 3\sqrt{x+y} - 2\sqrt{x-y} = 4, \\ 2\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 3. \end{cases}$$

7*.
$$\begin{cases} 2^{\log_2(x+y+1)} = x^2 + y - 1, \\ \log_{\sqrt{29}}(y^2 + 2x) = 2. \end{cases}$$

Вариант 2

Решите уравнение (1—2):

1. $(x^2 - 6x - 16)\sqrt{x - 3} = 0.$

2. $\sqrt{x^3 - 6x^2 + 3x + 21} = \sqrt{x^3 - 7x^2 + 4x + 27}.$

Решите неравенство (3—4):

3. $(x - 4)\log_2 x < 0.$

4. $\log_{0,5}(x^2 - 13) < \log_{0,5}(3x + 27).$

5*. Решите уравнение $5^{7x-1} + \sqrt{7x-1} = 5^{2x+4} + \sqrt{2x+4}.$

Решите систему уравнений (6—7):

6*.
$$\begin{cases} 2\sqrt{x+y} - 3\sqrt{x-y} = 3, \\ 3\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 10. \end{cases}$$

7*.
$$\begin{cases} 3^{\log_3(x-y+1)} = x^2 - y - 1, \\ \log_{\sqrt{21}}(y^2 - 2x) = 2. \end{cases}$$

Итоговая контрольная работа в форме теста

Вариант 1

ЧАСТЬ А. Выберите правильный ответ

A1. Укажите промежуток, которому принадлежит сумма корней (или корень, если он единственный) уравнения

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = x + 4.$$

1. (-2; -1] 2. (-1; 0] 3. (0; 1] 4. (1; 2]

A2. Решите неравенство $\cos x \leq 1 + 3^x$.

1. $(-\infty; +\infty)$ 2. Решений нет 3. $(-\infty; 0]$ 4. $(0; +\infty)$

A3. Найдите значение выражения $x_0^2 - 2x_0$, если x_0 — корень уравнения $\sqrt{2x - 8} = \lg(1 + \sqrt{4 - x})$.

1. 10 2. 8 3. 6 4. 0

A4. Вычислите $x_0 \cdot y_0$, если $(x_0; y_0)$ — решение системы уравнений

$$\begin{cases} \lg x = \lg(2 - y) \\ 7^{x^2 - y} = 1. \end{cases}$$

1. -8 2. 2 3. 1 4. 8

A5. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y + \sin x = 5 \\ 4y + 2 \sin x = 18. \end{cases}$$

1. $\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k; 4\right), k \in \mathbf{Z}$
2. $\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; 4\right), k \in \mathbf{Z}$
3. $\left(\frac{\pi}{2} + \pi k; 4\right), k \in \mathbf{Z}$
4. $(\pi k; 4), k \in \mathbf{Z}$

A6. Найдите производную функции

$$y = 3,5x^4 \cdot e^{2x}.$$

1. $7e^{2x}(x^3 + x^4)$
2. $28x^3 \cdot e^{2x}$
3. $7e^{2x}(2x^3 + x^4)$
4. $3,5e^{2x}(2x^3 + x^4)$

A7. Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = x^3 - 3x$$

на отрезке $[0; 3]$.

1. 0 2. -4 3. -2 4. 2

A8. Найдите момент остановки тела, движущегося прямолинейно по закону

$$s(t) = t^2 - 6t - 16.$$

1. 8 2. -2 3. -3 4. 3

A9. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 12 - 4 \cos x.$$

1. 20 2. 16 3. 12 4. 4

A10. Решите неравенство

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{5}{3}\right)^{x-2}.$$

1. $[3; +\infty)$ 2. $(-\infty; 1]$ 3. $[1; +\infty)$ 4. $(-\infty; +\infty)$

ЧАСТЬ В. Запишите правильный ответ

B1. Вычислите:

$$\left(2,1\sqrt[4]{16\sqrt[3]{4}} + 1,9\sqrt[4]{6\sqrt[3]{4}}\right)^{-\frac{6}{19}}.$$

B2. Найдите утроенную площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \sqrt{x} + 1$, прямой $x = 4$ и осями координат.

B3. Решите уравнение

$$0,1^{2x+1} = \sqrt{103 + 3x}.$$

B4. Найдите точку локального максимума функции

$$f(x) = x^2 \cdot e^x.$$

В5. Сколько корней имеет уравнение

$$(2 \sin \pi x - \sqrt{3}) \cdot \log_3(4 - x^2) = 0?$$

В6. Найдите сумму целых значений (или целое значение, если оно единственное) параметра a из промежутка $(0; 9)$, при каждом из которых уравнение

$$(\sqrt{x-3} - 2) \cdot (x - a) = 0$$

имеет единственное решение.

ЧАСТЬ С. Представьте развернутое решение

С1. Решите уравнение

$$(\log_2^3(x^2 - 6) + 4 \log_2^2(x^2 - 6) - 5 \log_2(x^2 - 6))^2 = \frac{|\sqrt{7} - x|}{\sqrt{7} - x} - 1.$$

С2. Решите уравнение

$$16x^2 - 24x + 12 = \left(\sqrt{3} - \sin \frac{8\pi x}{3} \right) \left(\sqrt{3} + \sin \frac{8\pi x}{3} \right).$$

С3. Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$3|x-3| + |x+1| - |5-2x| \leq |\sqrt{5}-3| + |\sqrt{5}+1|.$$

С4. Решите систему

$$\begin{cases} \sqrt{1 - 2 \sin^4 \frac{y}{2} - 2 \cos^4 \frac{y}{2}} + x^2 - 8\pi x + 16\pi^2 = 0 \\ \pi < (\log_3 9)^{\log_2(x+y)} < 2\pi. \end{cases}$$